

Module 303

Gestion de Projets

Planification

[Bibliographie](#)

Gérard-Michel Cochard

cochard@u-picardie.fr

Planification d'un projet

[Méthode PERT](#)
[Diagramme de Gantt](#)
[PERT probabiliste](#)

[Tests](#)



La planification d'un projet de système d'information consiste à prévoir l'ordonnancement des opérations sur le plan des délais et sur le plan de l'utilisation des ressources. Il convient dans un premier temps de mesurer le "poids" d'un projet en terme de charges et donc de durée ; dans un second temps, il s'agit d'optimiser la succession des tâches et aboutir ainsi à un calendrier des opérations. Enfin, dans le développement du projet, il faut effectuer régulièrement des contrôles de suivi et éventuellement apporter des modifications au calendrier.

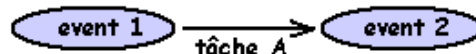
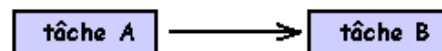


Méthode PERT

La méthode PERT (Program Evaluation and Review Technique) utilise une représentation en graphe pour déterminer la durée minimum d'un projet connaissant la durée de chaque tâche et les contraintes d'enchaînement. Elle est complétée par l'établissement du diagramme de Gantt que l'on étudiera plus loin.

Le graphe représente les tâches et les transitions entre les tâches. Deux formalismes sont utilisés :

- le graphe des tâches : chaque tâche est représentée par un rectangle et les transitions par des flèches
- le graphe des événements : chaque événement (fin d'une tâche par exemple) est représenté par un ovale et les tâches par des flèches.



Les deux formalismes sont équivalents. On n'utilisera ici que le graphe des tâches. Les liens entre les tâches peuvent être de natures diverses : fin -> début (la tâche suivante ne peut commencer que si la tâche précédente est finie), fin -> fin (la tâche suivante se termine quand la tâche précédente se termine), début -> début (le début de la tâche précédente déclenche le début de la tâche suivante), début -> fin (le début de la tâche précédente marque la fin de la tâche suivante). Les liens peuvent être valués :



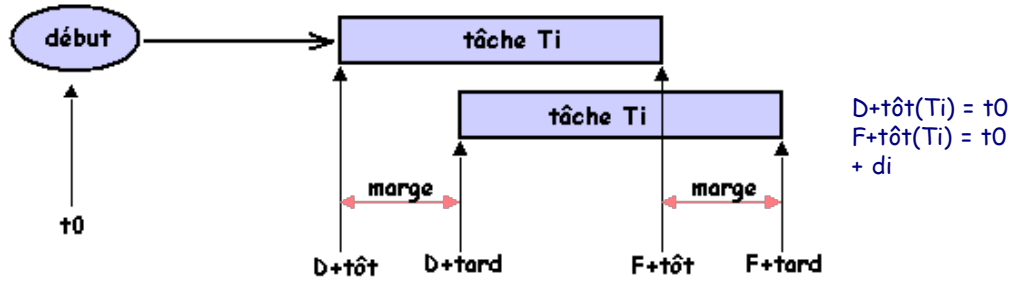
La confection des jeux d'essai commence 10 jours avant la programmation.

Parmi tous les chemins d'un graphe il en existe un appelé chemin critique qui relie les tâches "critiques" qui sont les tâches dont le retard impliquera un retard effectif du projet; on détermine ce chemin critique avec les paramètres suivants :

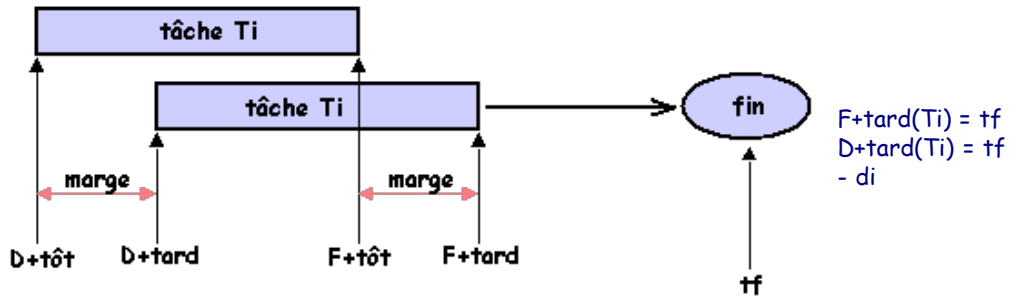
- dates au plus tôt : début (D+tôt) et fin (F+tôt)
- dates au plus tard : début (D+tard) et fin (F+tard)
- marge : (D+tard) - (D+tôt) = (F+tard) - (F+tôt)

On se placera dans l'hypothèse où il n'existe que des liens fin -> début. Le chemin critique est alors le chemin le plus long.

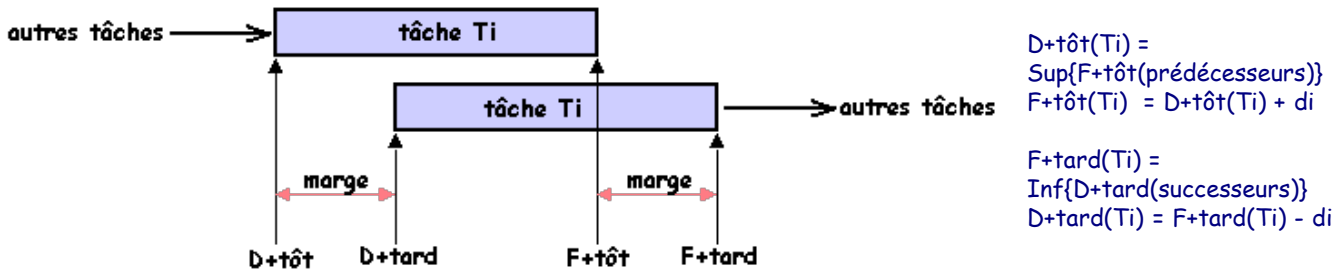
1er cas : T_i est une tâche de durée d_i en début de projet.



2ème cas : T_i est une tâche de durée d_i en fin de projet



3ème cas : T_i est une tâche de durée d_i au sein du projet



Avec ces trois séries de règles, il est possible de déterminer le chemin critique. On procède de la manière suivante. En commençant par les tâches de début, on détermine les dates au plus tôt ; puis en commençant par les tâches de fin, on détermine les tâches au plus tard. On calcule ensuite, pour chaque tâche, la marge. Le chemin critique est le chemin correspondant aux marges nulles.

exemple (voir animation sur la version en ligne) : soit un projet constitué des tâches suivantes :

tâche	durée	prédécesseurs	successeurs
A	4		C
B	7		C, D
C	2	A, B	E, F
D	12	B	F
E	3	C	
F	6	C, D	G
G	2	F	

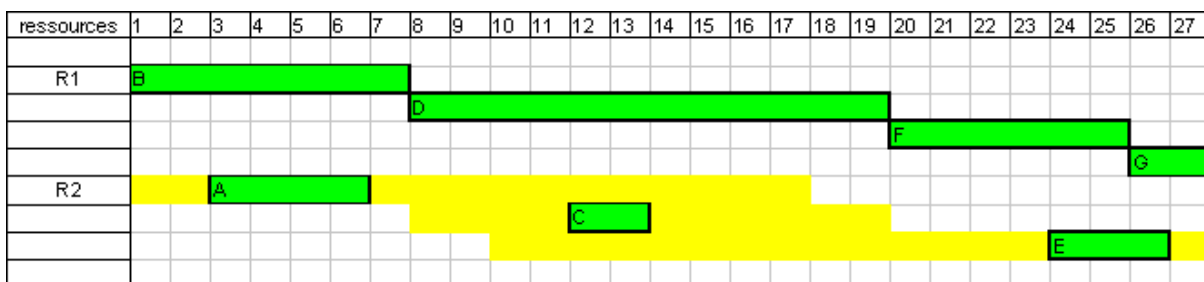
Le chemin critique est l'épine dorsale de l'évolution du projet. Les modifications portent ensuite sur les tâches qui ne sont pas sur le chemin critique.



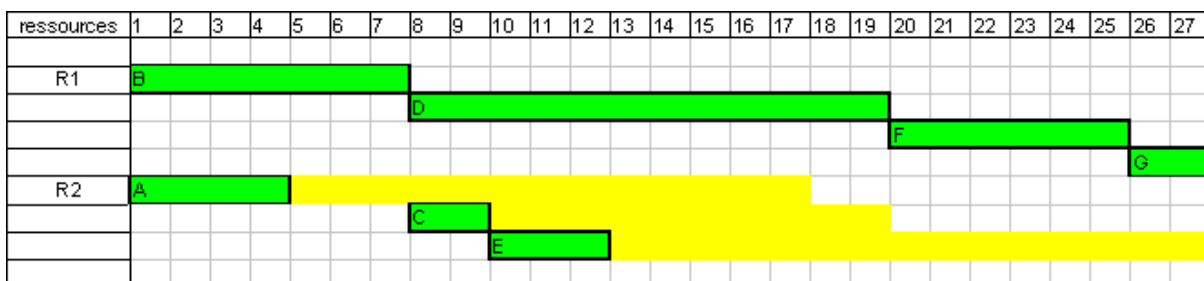
Diagramme de Gantt

A partir du graphe de PERT, on peut dresser le diagramme de Gantt qui établit le planning des opérations. Pour expliquer son établissement, basons nous sur l'exemple précédent.

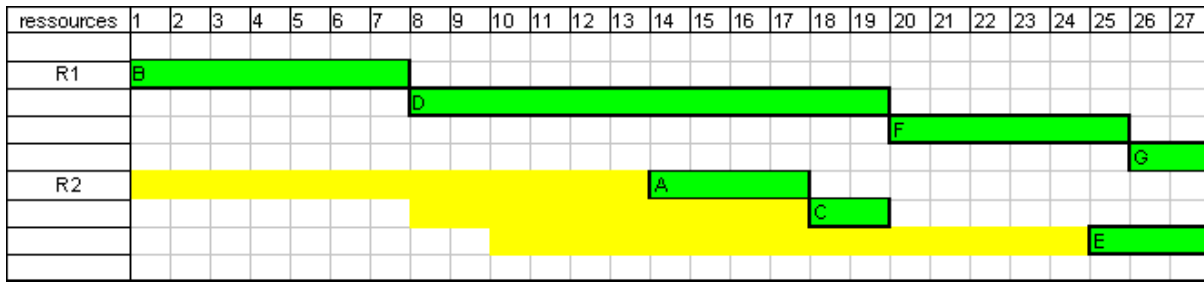
Supposons que l'on dispose de deux ressources (personnes) interchangeables. La figure ci-dessous donne une possibilité de programmation :



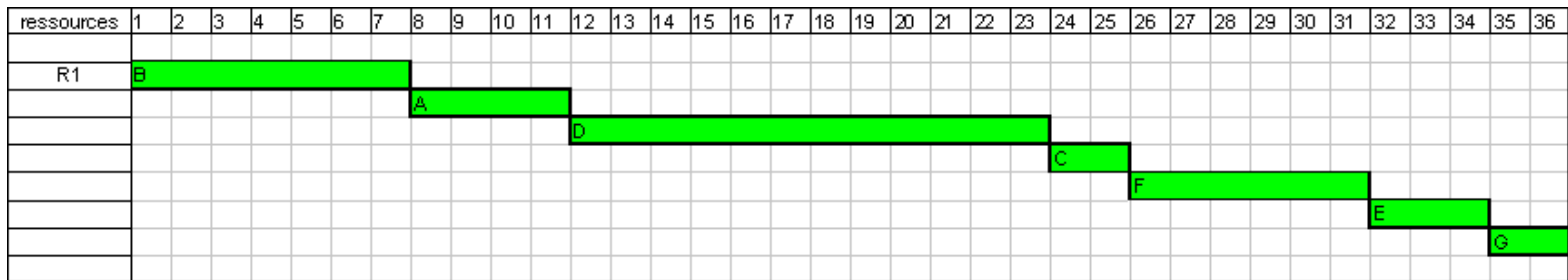
On peut aussi planifier "au plus tôt" :



ou "au plus tard" :



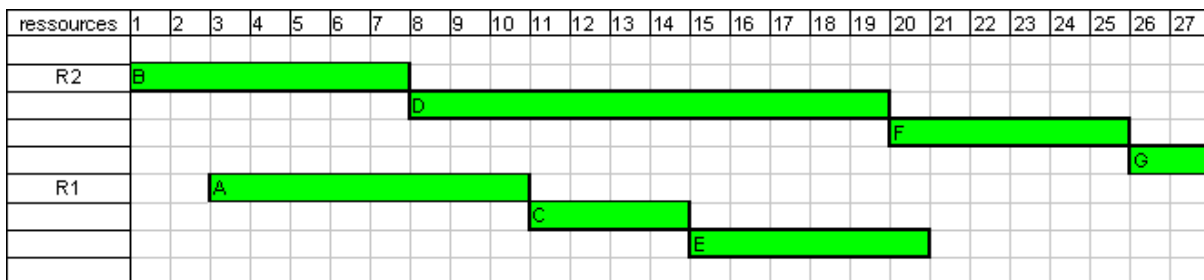
Si l'on ne dispose que d'une seule ressources, bien entendu, la durée du projet sera rallongée ; le diagramme de Gantt ci-dessous donne une possibilité :



Deux opérations peuvent être appliquées sur le diagramme de Gantt : le nivellement et le lissage.

Le nivellement consiste à limiter le nombre de ressources, ce qui, en général allonge la durée du projet. le passage de deux ressources à une seule (voir figure précédente) en est un exemple.

Le lissage consiste en un ajustement de répartition de la charge de travail de chaque ressource. Si, par exemple, la ressource R1 travaille à mi-temps et la ressource R2 à temps complet, on pourra avoir, avec l'exemple étudié :



PERT probabiliste

Il existe une version du PERT qui prend en compte les aléas sur les dates et les durées. Son application s'effectue en plusieurs étapes :

1ère étape : elle concerne la recherche de la loi de probabilité de la durée de chaque tâche T_i . Dans la pratique on adopte une loi universelle : la loi Bêta basée sur trois paramètres :

- la durée optimiste de la tâche T_i : $t_{opt}(T_i)$
- la durée pessimiste de la tâche T_i : $t_{pes}(T_i)$
- la durée vraisemblable de la tâche T_i : $t_{vra}(T_i)$

On définit quelquefois le risque par la quantité $R(T_i) = [t_{pes}(T_i) - t_{opt}(T_i)] / t_{pes}(T_i)$. Le risque moyen est compris entre $R = 0,25$ et $R =$

0,5.

2ème étape : A partir des paramètres précédents, on calcule de nouveaux paramètres (pour la loi Bêta) :

- la durée probable de la tâche T_i : $t_{\text{pro}}(T_i) = [t_{\text{opt}}(T_i) + 4t_{\text{vra}}(T_i) + t_{\text{pes}}(T_i)]/6$
- l'écart-type $e(T_i) = [t_{\text{pes}}(T_i) - t_{\text{opt}}(T_i)]/6$
- la variance $v(T_i) = e(T_i)^2$

3ème étape : Pour chaque chemin, on peut alors calculer

- la durée estimée $D_{\text{est}} = \sum_i t_{\text{prob}}(T_i)$ pour toutes les tâches T_i du chemin
- la variance estimée $V_{\text{est}} = \sum_i e(T_i)^2$ pour toutes les tâches T_i du chemin
- l'écart-type estimé : $E_{\text{est}} = V_{\text{est}}^{1/2}$

On suppose usuellement que la durée des chemins obéit à la loi normale (de Gauss) de paramètres D_{est} et E_{est} . En utilisant une table de Gauss on peut alors en déduire soit une durée à une probabilité fixée, soit une probabilité d'achèvement du projet dans un délai donné.

exemple : Prenons le chemin critique de l'exemple précédent (durée totale 27 jours). Supposons que les tâches B, D, F, G correspondent aux paramètres communs suivants :

$$t_{\text{opt}}(T_i) = 0,7 \cdot d_i \quad t_{\text{pes}}(T_i) = 1,2 \cdot d_i \quad t_{\text{vra}}(T_i) = d_i$$

On en déduit

$t_{\text{pro}}(TB) = 6,88$	$t_{\text{pro}}(TD) = 11,8$	$t_{\text{pro}}(TF) = 5,9$	$t_{\text{pro}}(TG) = 1,96$
$e(TB) = 0,58$	$e(TD) = 1$	$e(TF) = 0,5$	$e(TG) = 0,16$
$D_{\text{est}} = 26,54$	$V_{\text{est}} = 1,61$	$E_{\text{est}} = 1,27$	

Calculons la probabilité pour que la durée du chemin soit inférieure à la valeur 27. La variable de Gauss réduite est $(27 - 26,54)/1,27 = 0,36622$.

Les tables pour $t < 0,36622$ donnent la valeur approximative 0,64. Il y a donc 64% de chances pour que la durée du chemin soit inférieure à 27.

Si maintenant on choisit 25 au lieu de 27, on trouve une probabilité de 11%.

Inversement si on se fixe une probabilité de 80% que peut-on espérer comme meilleure valeur de la durée du chemin. Les tables donnent 27,6. Si la probabilité est de 50%, on obtient alors évidemment 26,54.



Tests

Testez-vous

http://projet.net/test_proj.htm

Exercice 1

La construction d'un entrepôt est découpée en dix tâches dont les caractéristiques sont données dans le tableau suivant :

tâches	nature	prédécesseurs	durée en jours
--------	--------	---------------	----------------

A	acceptation des plans par le propriétaire		4
B	préparation du terrain		2
C	commande des matériaux	A	1
D	creusage des fondations	A, B	1
E	commande des portes et fenêtres	A	2
F	livraison des matériaux	C	2
G	coulage des fondations	D, F	2
H	livraison des portes et fenêtres	E	10
I	pose des murs, de la charpente et du toit	G	4
J	mise en place des portes et fenêtres	H, I	1

Tracer le diagramme Pert et en déduire le chemin critique.

Exercice 2

L'entreprise SDB-Plus fabrique et commercialise, auprès des particuliers, du mobilier de salle de bains. Les services de fabrication de la SDB-Plus ont étudié l'ordonnancement des tâches à partir de la commande d'un client dans un magasin jusqu'à la livraison. Le tableau suivant répertorie les tâches et les contraintes d'enchaînement.

tâches	durée en jours	prédécesseurs	successeurs
A	10		D, E, F
B	20		E
C	5		E, F
D	40	A	J
E	10	A, B, C	G
F	4	A, C	G
G	12	E, F	H, I
H	5	G	J
I	15	G	J
J	3	D, H, I	

Déterminer le chemin critique.

Exercice 3

La construction d'un entrepôt peut se décomposer en dix tâches, reliées entre elles par des conditions d'antériorité exprimées dans le

tableau ci-dessous :

tâche	durée	précédents
A-acceptation des plans	4 jours	
B-préparation du terrain	2 jours	
C-commande de matériaux	1 jour	A
D-creusage des fondations	1 jour	A,B
E-commande des portes et fenêtres	2 jours	A
F-livraison des matériaux	2 jours	C
G-coulage des fondations	2 jours	D, F
H-livraison des portes et fenêtres	10 jours	E
I-pose des murs, de la charpente, du toit	4 jours	G
J-mise en place des portes et fenêtres	1 jour	H, I

L'entrepreneur chargé de la construction doit planifier les travaux.

1) Il doit tracer le graphe Pert et déterminer le chemin critique

2) Les ressources humaines à utiliser sont :

- soit : un architecte affecté à la tâche A, un terrassier1 affecté aux tâches B, D, G, un terrassier 2 affecté aux tâches B, D, G, un terrassier 3 affecté aux tâches D et G, un personnel service achat 1 affecté aux tâches C et H, un personnel service achat 2 affecté à la tâche E, un personnel service achat 3 affecté à la tâche F, deux charpentiers 1 et 2 affectés aux tâches I et J.
- soit : un architecte affecté à la tâche A, un terrassier affecté aux tâches B, D, G, un personnel service achat affecté aux tâches C, E, F, H, un charpentier affecté aux tâches I et J.

Les deux cas sont à étudier.

Exercice 4

On envisage de réaliser une plate-forme de formation à distance comportant 3 composantes :

- Composante 1 : La gestion des contenus en ligne
- Composante 2 : La gestion des inscrits
- Composante 3 : Les outils d'accompagnement pédagogique (forum, chat, FAQ)

Les trois composantes n'étant pas complètement indépendantes, une intégration, incluant des développements complémentaires, est à prévoir

On suppose que les différentes tâches sont contraintes par leur charge et leurs dépendance comme indiqué dans le tableau ci-dessous :

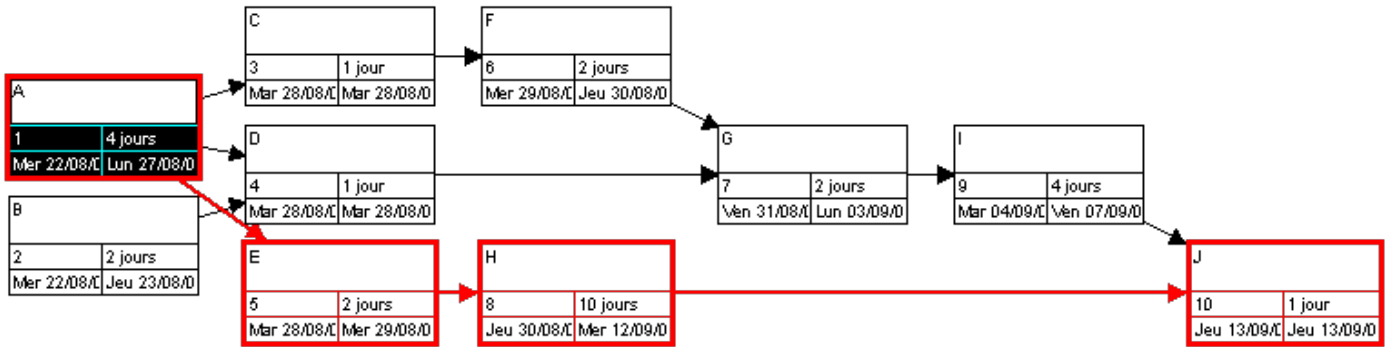
tâches	Charge (en moisxhommes)	Tâches préalables
A : Analyse globale	4	
B : Analyse détaillée	6	A
C : Programmation composante 1	4	B
D : Programmation composante 2	4	B
E : Programmation composante 3	6	B
F : Intégration	3	C, D, E
G : Expérimentation/évaluation	8	F
H : Travaux de mise au point	4	G
I : Recette	1	H

1) Tracer le diagramme PERT du projet. Déterminer le chemin critique

2) On suppose que l'on affecte au projet deux analystes-programmeurs, Jo et Zette, à plein temps. Proposer un diagramme de Gantt.

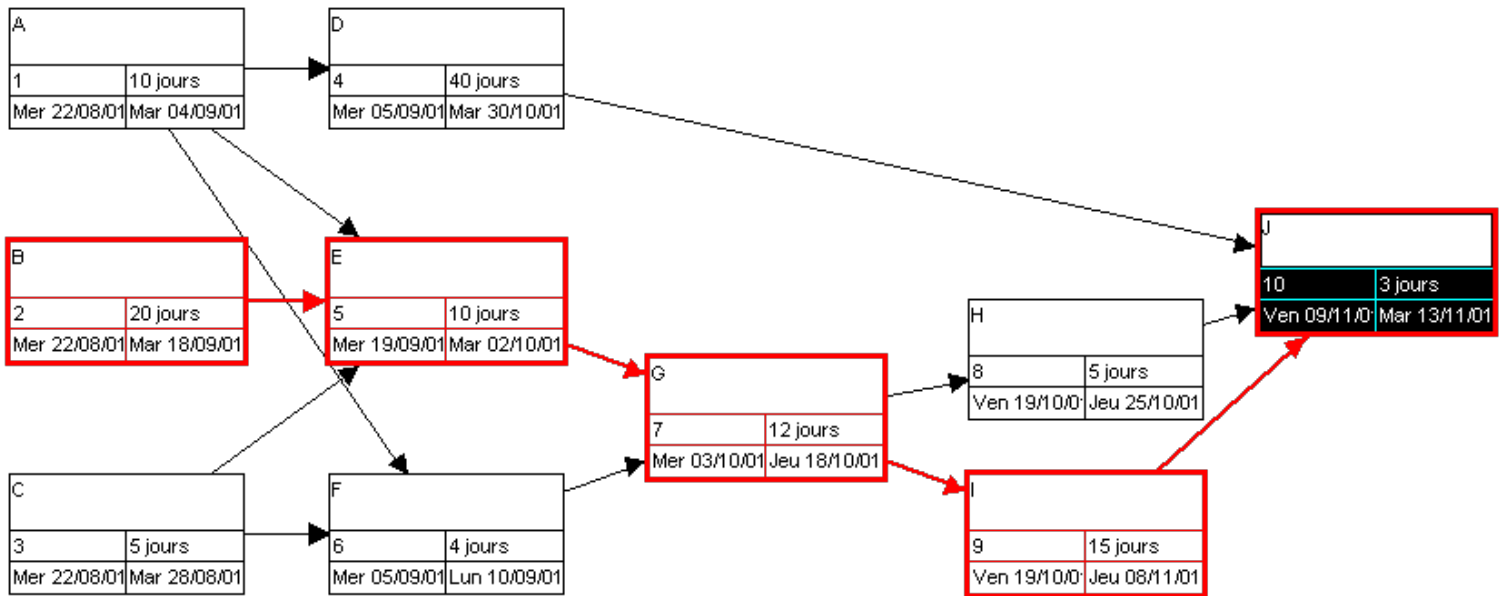
Solution de l'exercice 1

En utilisant MSP, on obtient (le chemin critique est en rouge):



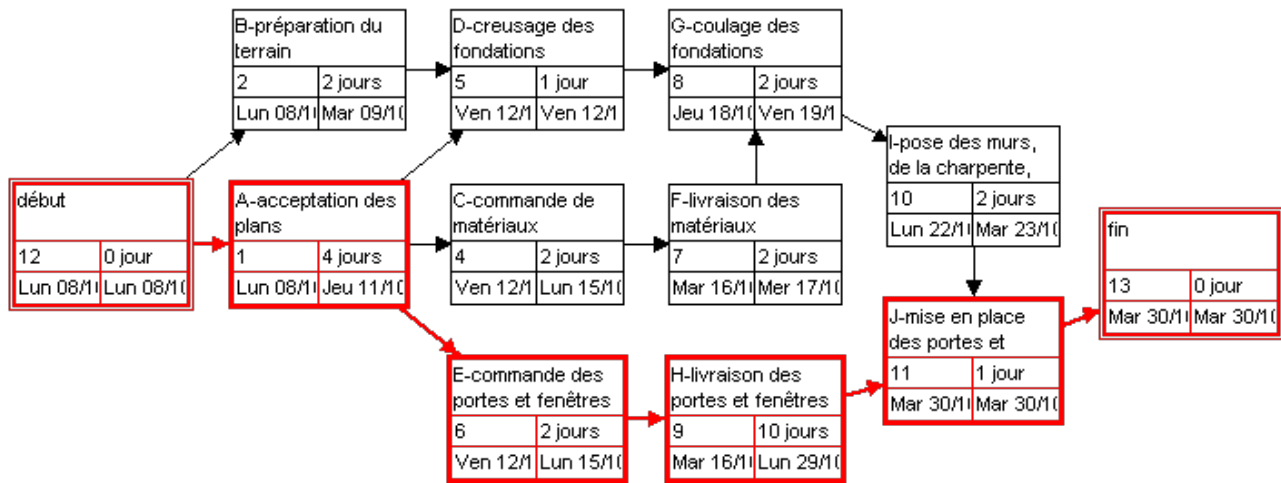
Solution de l'exercice 2

En utilisant MSP, on obtient (le chemin critique est en rouge) :



Solution de l'exercice 3

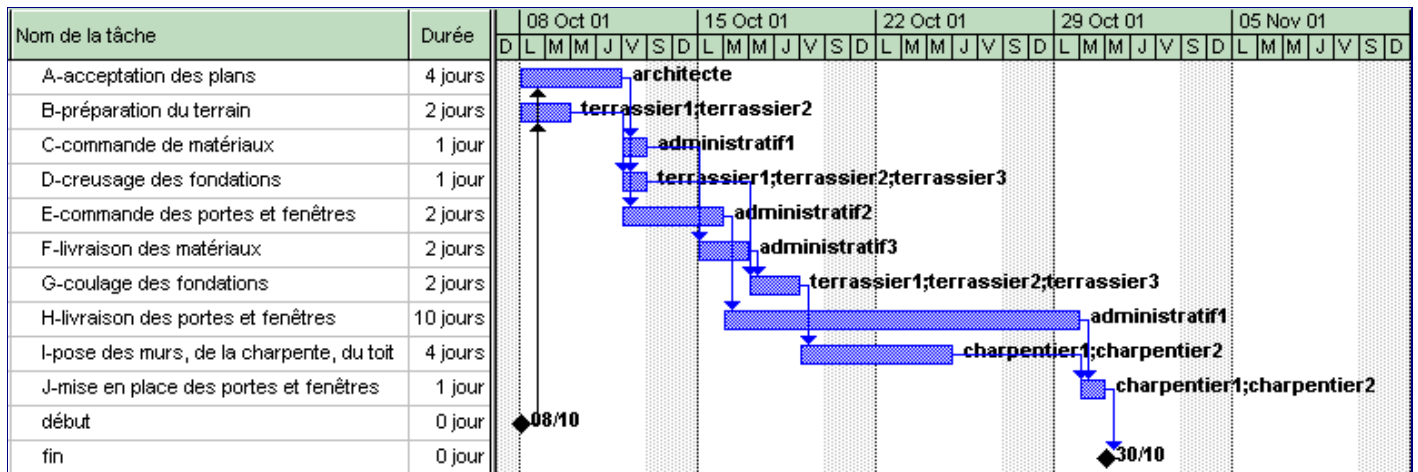
Le diagramme de Pert est (chemin critique en rouge) :



L'affectation des ressources est :

ressources	tâches
architecte	A-acceptation des plans
terrassier1	B-préparation du terrain D-creusage des fondations G-coulage des fondations
terrassier2	B-préparation du terrain D-creusage des fondations G-coulage des fondations
administratif1	C-commande de matériaux H-livraison des portes et fenêtres
terrassier3	D-creusage des fondations G-coulage des fondations
charpentier1	I-pose des murs, de la charpente, du toit J-mise en place des portes et fenêtres
charpentier2	I-pose des murs, de la charpente, du toit J-mise en place des portes et fenêtres
administratif2	E-commande des portes et fenêtres
administratif3	F-livraison des matériaux

Elle correspond au diagramme de Gantt suivant :



Dans le second cas, il y a moins de ressources :

ressources	tâches
architecte	A-acceptation des plans
terrassier	B-préparation du terrain
	G-coulage des fondations D-creusage des fondations
administratif	C-com mande de matériaux E -commande des portes et fenêtres F-livraison des matériaux H-livraison des portes et fenêtres
	I-pose des murs, de la charpente, du toit
	J-mise en place des portes et fenêtres

Le diagramme de Gantt est donc modifié en conséquence :

